الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية المغير
امتحان البكالوريا التجريبي
(دورة: مـــاي 2022)

ثانوية الشيـــخ محمد
المقرانـــي ـ جامـــعة
الشعبة: تقني رياضي

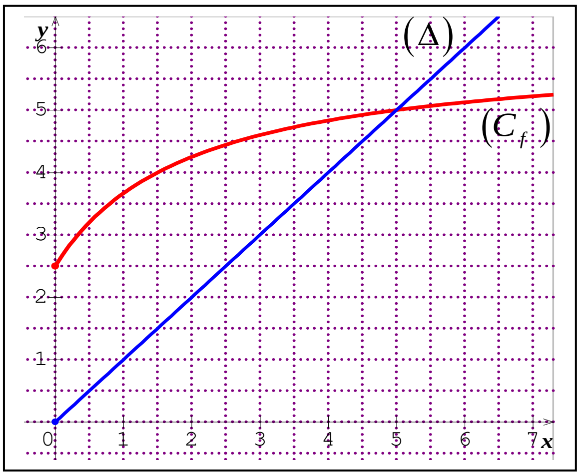
اختبار في مادة الرياضيات

المـدة : 4 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول (20 نقطة)

التمرين الأول : (05 نقاط)



المنحني (C_f) في الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{6x+5}{x+2}$ و (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y=x$.

1. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0,+\infty[$.
2. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.
   أ) على الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل و دون حسابها الحدود u_0, u_1, u_2, u_3.
   ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.
3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $1\le u_n\le 5$.
4. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، و ماذا تستنتج حول تقاربها.
5. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=\frac{u_n-5}{u_n+1}$.
   أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
   ب) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n\to\infty} u_n$.
6. احسب المجموع S_n حيث: $S_n=\frac{1}{u_0+1}+\frac{1}{u_1+1}+........\frac{1}{u_n+1}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y التالية: (E)..............$11x-5y=2$.

1. أ) أثبت أنه إذا كانت الثنائية (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة (E) فإن: $y\equiv 4[11]$.
   ب) استنتج حلول المعادلة (E).
2. ليكن n عددا طبيعيا غير معدوم. نضع: $a=5n+2$ و $b=11n+4$.
   أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b.
   ب) عين قيم n بحيث يكون $PGCD(a,b)=2$.
   ج) استنتج قيم n بحيث يكون العددان a و b أوليان فيما بينهما.

3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 10.

ب) استنتج رقم آحاد كلا من العددين التاليين: 7^{2022} و 7^{1443}.

ج) عين كل الثنائيات (x,y) من $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ حلول المعادلة (E) و التي تحقق: $7^{y-2x} \equiv 9[10]$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

1. تحقق أن: $5^6 \equiv 1[7]$ و استنتج أن: $5^{1443} \equiv -1[7]$.

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = 1+5+5^2+5^3.............+5^n$.

أ) بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ أن: $4S_n = 5^{n+1}-1$ و استنتج أن S_n و 5^n أوليان فيما بينهما.

ب) ليكن العدد الصحيح a. بين أن $4S_n \equiv a[7]$ إذا وفقط إذا كان $S_n \equiv 2a[7]$.

ج) بين أن $4S_{1442} \equiv 5[7]$ و استنتج باقي قسمة S_{1442} على 7.

د) عين أصغر عدد طبيعي غير معدوم n بحيث يكون 7 قاسما لـ S_n.

3. ليكن n عدد طبيعي غير معدوم . نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : (E)............... $5^n x + S_n y = 1$.

أ) تحقق أن الثنائية $(5,-4)$ حل للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

ب) استنتج حلول الجملة $\begin{cases} 5^n x - s_n y = 7 \\ PGCD(x,y) = 7 \end{cases}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء I : نعتبر الدالة العددية g_α المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g_\alpha(x) = x^2 - 1 + \alpha \ln x$ وليكن (c_α) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$ و α عدد حقيقي.

1. ناقش حسب قيم α وجود و عدد النقط الحدية للمنحني (c_α).

2. فيما يلي نفرض $\alpha = 1$ و نضع $g_1 = g$. أ) احسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

الجزء II : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{x}$.

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2. أ) بين أن المنحني (c_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس وضعية (c_f) بالنسبة إلى (Δ) على المجال $]0;+\infty[$.

3. أ) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ أن: $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (c_f).

4. أ) بين أن الدالة F المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\frac{(\ln x)^2}{2}$ أصلية للدالة $x\mapsto\frac{\ln x}{x}$.

ب) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (c_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=\frac{1}{2}$ و $x=1$.

الجزء III: نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بـ: $h(x)=|x|-1-\frac{\ln|x|}{|x|}$ وليكن (c_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1. بين أن الدالة h زوجية.
2. اشرح كيف يتم رسم (c_h) انطلاقا من (c_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق (استعمل الألوان).
3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m\neq 0$ عدد و إ شارة حلول المعادلة $e^{h(x)}=|m|$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20 نقطة)

التمرين الأول : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=6$ و بالعلاقة التراجعية $u_{n+1}=\sqrt{u_n+3}-3$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $-2\le u_n\le 6$.
2. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $u_{n+1}-u_n=\frac{-(u_n+2)(u_n+3)}{\sqrt{u_n+3}+u_n+3}$.

ب) ادرس اتجاه تغيير المتتالية (u_n) ثم برر تقاربها.

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $0\le u_{n+1}+2\le\frac{1}{2}(u_n+2)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن: $0\le u_n+2\le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$.

4. من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$. بين أن $-2(n+1)\le S_n\le 16\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)-2(n+1)$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $63x+5y=159$ ....(E).

أ) تحقق أن العددين 63 و 5 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا.

ب) عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق: $x_0+y_0=-3$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

ج) عين كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق: $|13x+y-33|<4$.

2. A عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha0\alpha}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 و يكتب $\overline{\beta10\beta0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

أ) جد العددين الطبيعيين α و β ثم اكتب العدد $(A+7)$ في النظام العشري.

ب) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

ج) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $\begin{cases}3^{4n}+3^n-A\equiv 0[5]\\ n\equiv 0[3]\end{cases}$ و $35<n<65$.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدودها موجبة تماما تحقق: $\begin{cases} u_1+2u_2+u_3=100 \\ u_1\times u_3=256 \end{cases}$.

1. أ) احسب u_2 ثم u_1 و u_3.

ب) احسب q أساس المتتالية (u_n) ثم عبر عن u_n بدلالة n.

2. احسب المجموع بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+u_3+.......+u_n$ ، ثم الجداء $P_n=u_0\times u_1\times u_3\times.......\times u_n$.

3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 5.

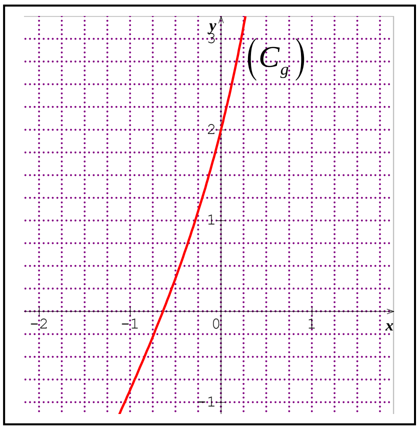
ب) بين أن العدد $2\times 47^{1443}+7^{2022}$ مضاعف للعدد 5.

ج) عين باقي القسمة الاقليدية للعدد $1954^{1443}+1979^{2022}+5n-2$ على 5.

4. من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع $T_n=\dfrac{1}{\ln 2}\left[\ln 4+\ln 4^2+........+\ln 4^n\right]$.

احسب T_n بدلالة n ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $T_n+7^{2022}-n^2\equiv 0[5]$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)



الجزء I : المنحنى البياني (c_g) في الشكل المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2x+1+e^{2x}$.

1. شكل جدول تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $[-0.7;-0.6]$.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء II : نعتبر الدالة العددية f المعرفة $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-x+(x+1)e^{-2x}$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+1$ مقارب مائل للمنحني (c_f) بجوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية (c_f) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$.

3. أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ أن: $f'(x)=-g(x)e^{-2x}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج) أثبت أن المنحني (c_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) عند نقطة يطلب تعيين فاصلتها، حيث $(T):-x+1+\dfrac{1}{2}e$.

4. بين أن $f(\alpha)=\dfrac{-2\alpha^2}{2\alpha+1}$ ثم أوجد حصرا لـ $f(\alpha)$.

5. احسب $f(0)$ و $f(1)$ ، ثم ارسم (Δ) ، (T) و (c_f). نأخذ $f(\alpha)\simeq 2.9$.

6. عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث المعادلة $f(x)=-x+m$ تقبل حلين سالبين تماما.

7. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_n=\int_0^1 x^n e^{-2x}dx$.

أ) بين أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F\left(x\right)=-\frac{1}{4}\left(2x+1\right)e^{-2x}$ أصلية للدالة $x\mapsto xe^{-2x}$.

ب) بين باستعمال المكاملة بالتجزئة أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n أن: $I_{n+1}=-\frac{e^{-2}}{2}+\frac{1}{2}(n+1)I_n$.

ج) λ عدد حقيقي حيث $\lambda>0$ ، ليكن العدد الحقيقي $A(\lambda)$ حيث $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}\left[f(x)-(-x+1)\right]dx$.

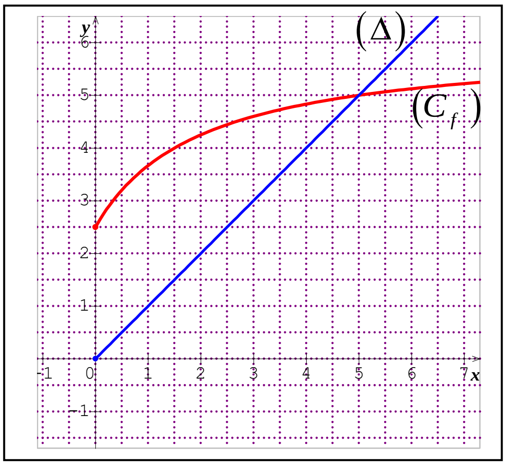
* بين أن $A\left(\lambda\right)=\frac{1}{4}\left[3-\frac{2\lambda+3}{e^{2\lambda}}\right]$. * ماذا يمثل العدد $A(\lambda)$. * احسب $\lim_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنياتنا لطلبتنا الأعزاء بالتوفيق و النجاح و السداد في شهادة البكالوريا 2022

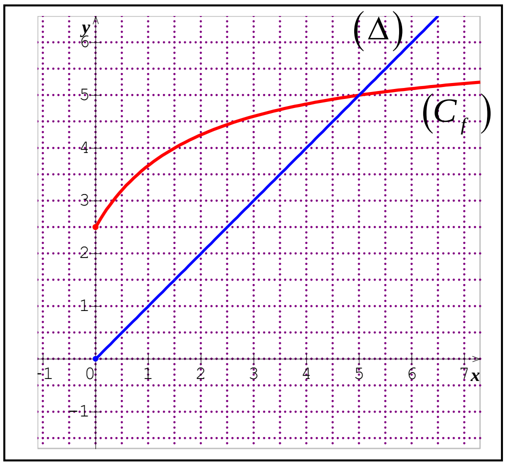
الوثيقة المرفقة

الاسم و اللقب:................................القسم:........

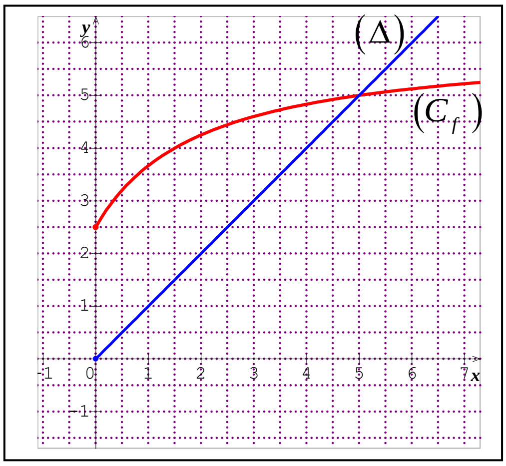


الوثيقة المرفقة

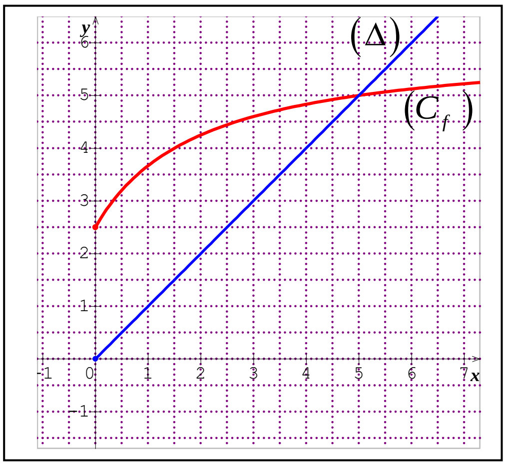
الاسم و اللقب...............................القسم:........



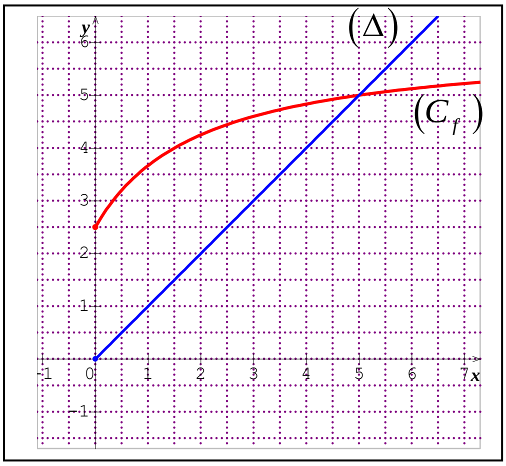
الوثيقة المرفقة
الاسم و اللقب:...............................القسم:........



الوثيقة المرفقة
الاسم و اللقب...............................القسم:........



الوثيقة المرفقة
الاسم و اللقب:...............................القسم:........



الوثيقة المرفقة
الاسم و اللقب...............................القسم:........